

GLOBAL JOURNAL OF RESEARCHES IN ENGINEERING: C CHEMICAL ENGINEERING Volume 14 Issue 2 Version 1.0 Year 2014 Type: Double Blind Peer Reviewed International Research Journal Publisher: Global Journals Inc. (USA) Online ISSN: 2249-4596 & Print ISSN: 0975-5861

# Models of Turbulent Transport and Transfer of Disperse Phase Mass in Liquids

### By Laptev A. G. & Farakhov T. M.

Kazan State Power Engineering University, Russia

*Abstract*- Using the theory of turbulent migration of particles and boundary layer models, expressions for calculation of particle transport coefficients and of mass transfer within the continuous phase are obtained. Various cases of turbulent direct flow of particles through the carrier turbulent medium are considered: smooth and rough channel; channel filled with fine random packing and apparatuses with mechanical mixing. Examples of calculation of mass transfer from droplets and solid particles are included and their agreement with experimental data of other authors is demonstrated.

*Keywords:* turbulence, direct flow, momentum transfer, mass transfer, mixing, extraction, dissolution.

GJRE-C Classification : FOR Code: 090499



Strictly as per the compliance and regulations of :



© 2014. Laptev A. G. & Farakhov T. M. This is a research/review paper, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 Unported License http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/), permitting all non commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

### МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА И МАССООТДАЧИ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ЖИДКОСТЯХ

Models of Turbulent Transport and Transfer of Disperse Phase Mass in Liquids

Лаптев А. Г. <sup> $\alpha$ </sup> & Фарахов Т. М. <sup> $\sigma$ </sup>

Laptev A. G. <sup>a</sup> & Farakhov T. M. <sup>o</sup>

Abstract- На основе применения теории турбулентной миграции частиц и моделей пограничного слоя получены выражения для расчета коэффициентов переноса частиц и массоотдачи в сплошной фазе. Рассмотрены различные случаи турбулентного прямотока частиц в несущей турбулентной среде: гладком и шероховатом канале; канале с мелкой неупорядоченной насадкой и аппаратах с механическим перемешиванием. Приведены результаты расчетов коэффициентов массоотдачи от капель и твердых частиц и показано согласование с экспериментальными данными различных авторов.

Abstract- Using the theory of turbulent migration of particles and boundary layer models, expressions for calculation of particle transport coefficients and of mass transfer within the continuous phase are obtained. Various cases of turbulent direct flow of particles through the carrier turbulent medium are considered: smooth and rough channel; channel filled with fine random packing and apparatuses with mechanical mixing. Examples of calculation of mass transfer from droplets and solid particles are included and their agreement with experimental data of other authors is demonstrated.

Ключевые слова: Турбулентность, прямоток, перенос импульса, массоотдача, перемешивание, экстракция, равстворение.

Keywords: turbulence, direct flow, momentum transfer, mass transfer, mixing, extraction, dissolution.

#### I. Введение

ля более эффективного проведения процесса массообмена, например, при растворении частиц или экстрагировании каких либо компонентов, дисперсную фазу подают в несущий турбулентный поток. Это может быть пустутелый канал

Author: ФГБОУ ВПО «Казанский Государственный Энергетический Университет», Казань Россия. e-mail: tvt\_kgeu@mail.ru

Author: Инженерно-внедренческий центр «Инжехим», Казань, Россия. e-mail: info@ingehim.ru

или канал заполненный хаотичной насадкой или аппарат с механической мешалкой. Аналогично работают и проточные смесители. Определение аппарат с механической мешалкой. Аналогично работают и проточные смесители. Определение эффективности таких процессов возможно только при известных характеристиках переноса дисперсной фазы в объеме сплошной.

При теоретическом анализе всех форм движения частиц в турбулентном потоке обычно принимаются следующие предположения[14].

А.Диаметр частиц  $d_{\rm q}$  мал по сравнению с масштабом несущих их пульсационных вихрей с масштабом  $\ell$ :  $d_{\rm q} << \ell$ .

При таком предположении каждая частица совершает движение, оставаясь в пределах несущего вихря.

Отмеченному условию удовлетворяют частицы любой дисперсности т.е. высокодисперсные ( $d_{\rm q}$ <1 мкм); тонкодисперсные (1<  $d_{\rm q}$  <20 мкм) и грубодисперсные (20<  $d_{\rm q}$  <200 мкм).

Б. Частицы имеют форму близкой к сферической, а в случае сильного отклонения от сферы вводится коэффициент формы. Полидисперсность частиц рассматривается пофракционно.

#### В. Кроме этого частицы

 а) не стесняют движение друг друга в х оде взаимных перемещений;

б) не соударяются, не коагулируют друг с другом;

в) не оказывают ощутимого влияния на турбулентные характеристики среды.

Пределом концентраций частиц при выполнении данных условий, согласно экспериментальным данным Россетки и Пфефера, можно считать  $C \le 200$  г/м<sup>3</sup>.

г) Электростатические и другие силы не гидродинамической природы отсутствуют. 2014

Author α: FGBOU VPO "Kazan State Power Engineering University", Kazan, Russia. e-mail: tvt\_kgeu@mail.ru

Authoro: Engineering Promotional Center "Inzhekhim", Kazan, Russia. e-mail: info@ingehim.ru

#### II. Коэффициент Переноса Импульса

Для определения скорости турбулентной миграции частиц (коэффициента переноса) первоначально рассмотрим процесс переноса импульса в однофазной турбулентной среде.

Для проекции потока импульса (касательного напряжения трения) на ось *оу* в любой точке пограничного слоя справедливо следующее выражение:

$$\tau(y) = -v\rho \frac{dU}{dy} - \rho v_{\delta}(y) \frac{dU}{dy}, \qquad (1)$$

где v, v  $_{\rm T}(y)$  - коэффициенты кинематической молекулярной и турбулентной вязкости, м²/с; y — поперечная координата,м;  $\rho$  — плотность среды,

 $\hat{e}\tilde{a}/\hat{l}^{3}$ ; U – скорость,  $\hat{l}/\tilde{n}$ .

На поверхности стенок, т.е. при y = 0, этот же поток можно записать в виде [12]:  $\tau_{\tilde{n}\tilde{o}} = \rho \gamma \Delta U$ , где  $\gamma$  — коэффициент переноса импульса, м/с;  $\Delta U$  движущая сила переноса, м/с.

Введем относительный поток импуляса  $* = \tau(y)/\tau_{cr}$ . Тогда проведя соответствующую замену в уравнении (1), разделяя переменные, и записывая интеграл по толщине пограничного слоя, получим [7,12]:

$$\rho \int_{0}^{\infty} \frac{dU}{\tau_{\rm co}} = \int_{0}^{\delta} \frac{\tau^* dy}{v + v_{\rm o}(y)},\tag{2}$$

где  $\delta$  – толщина пристенного слоя, м.

Из данных выражений запишем коэффициент импульсоотдачи

$$\gamma = \left[ \int_{0}^{\delta} \frac{\tau^* dy}{v + v_{\delta}(y)} \right]^{-1}.$$
 (3)

Выражение (3) является достаточно общим и позволяет рассчитать коэффициент импульсоотдачи на основе коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости  $v_{\tau}(y)$ , а также относительного касательного напряжения  $\tau$  (относительного потока импульса) в пристенном слое.

В явном виде коэффициент переноса импульса можно получить путем интегрирования выражения (3) с различными функциями коэффициентов турбулентного обмена  $v_{\tau}(y)$ , используя полуэмпирические модели.

В модели Ландау и Левича, подтвержденной Дайслером и Ханратти предполагается, что изменение турбулентной вязкости в вязком подслое пропорционально  $D_{\rm T} \sim y^4$ . На основании этого используются функции  $v_{\rm T}(y)$  в форме

$$\frac{v_{\rm T}}{v} = 0.01\chi^4 \left(y^+\right)^4, \ y^+ < 5,$$
$$\frac{v_{\rm T}}{v} = 0.2 \ y^+ - 0.959, \ 5 < y^+ \le 30, \qquad (4)$$

$$\frac{v_{\rm T}}{v} = 0.4 y^+ -1$$
 при  $y^+ > 30$ ,

где  $y^+ = u_* y/v$  - безразмерная координата;  $\chi=0.4$  - константа;  $u_*$  - динамическая скорость, м/с.

После численного интегрирования (3) с функциями (4) получено [10]

$$\gamma = \frac{u_*}{5.309 + 2.5 \ln(R_{\delta})},$$
(5)

где  $R_{\delta} = u_* \delta / v$  - безразмерная толщина пограничного слоя.

С функциями турбулентного обмена из двуслойной модели Прандтля

$$\frac{v_{o}}{v} = 0, \quad y^+ \le 11.6,$$
 (6)

$$\frac{v_{\delta}}{v} = \chi y^+, \quad 11.6 < y^+ \le R_{\delta}, \quad (7)$$

после интегрирования (3) получено выражение

$$\gamma = \frac{u_*}{R_1 + \frac{1}{\chi} \ln(R_\delta / R_1)},\tag{8}$$

где  $R_1 = u_* \delta_1 / v$  – безразмерная толщина вязкого подслоя, в модели Прандтля  $R_1 = 11.6$ ;  $\chi = 0.4$  – константа турбулентности.

Выполним проверку выражений (5) и (8). Для этого на основе гидродинамической аналогии запишем связь между коэффициентами переноса импульса и теплоотдачи[7,10]

$$\alpha = \gamma \rho c_p / \Pr^n, \tag{9}$$

где по Чилтону-Кольборну n = 0,66. Однако, как известно, для пластины и трубы экспериментально установлено n = 0,6-0,57.

Из выражений (5), (8) и (9) для пластины запишем число Нуссельта, учитывая, что  $u_* = U_{\infty} \sqrt{C_f/2}$ ,  $C_f$ =0.074 Re<sub>пл</sub><sup>-0.2</sup> – коэффициент трения; Re<sub>пл</sub> =  $U_{\infty}L/\nu$  – число Рейнольдса для пластины  $U_{\infty}$  – средняя скорость при  $y > \delta$ , ì /  $\tilde{n}$ ; L – длина пластины, м. Получим

$$Nu_{\tilde{i}\tilde{e}} = \frac{Re_{\tilde{i}\tilde{e}} \sqrt{\tilde{N}_f / 2} Pr^{0.43}}{5.309 + 2.5 \ln R_{\delta}},$$
 (10)

$$\operatorname{Nu}_{\mathrm{i}\breve{e}} = \frac{\operatorname{Re}_{\mathrm{i}\breve{e}} \sqrt{\tilde{N}_f / 2} \operatorname{Pr}^{0.43}}{R_1 + \frac{1}{\chi} \ln(R_\delta / R_1)}.$$
 (11)

Значение  $R_{\delta}$  – найдем используя функцию для логарифмического профиля скорости при  $y = \delta$  [12]  $R_{\delta} = \exp[\chi(U_{\infty}/u_* - 5,5)].$ 

Расчеты по выражениям (10) и (11) удовлетворительно согласуются с известными опытными данным для пластины (±2-6 %). Таким образом, проверена адекватность уравнений математической модели переноса импульса и тепла для плоского турбулентного пограничного слоя.

Т.к. выражения (5), (8) дают одинаковые результаты, в дальнейших расчетах переноса импульса удобнее использовать выражение (8), т.к. оно содержит безразмерную толщину вязкого подслоя, которую можно корректировать при наличии возмущений в пограничном слое.

Далее рассмотрим канал с хаотичной мелкой насадкой (элементами). Характеристики пограничного слоя на стенке канала с насадкой отличаются от характеристик плоского пограничного слоя без возмущений на пластине и поэтому значение  $R_1 \neq 11.6$ . Для таких случаев получено выражение[7].

$$\tilde{R}_1 = 11.6 \frac{U_{\infty}}{u_*} \sqrt{C_{f_{\tilde{1}\tilde{e}}}} / 2,$$
 (12)

где  $C_{finn}$  - коэффициент трения при движении потока со скоростью  $\overline{U}_{\infty}$  вдоль плоской пластины;  $u_*$  – динамическая скорость в канале с насадкой,  $1/\tilde{n}$ [13].

Для каналов известна связь  $C_{finn} = \lambda/4$ , где  $\lambda$ -коэффициент трения в гладких пустотелых трубах;  $\lambda$ =0.316/Re<sub>3</sub><sup>0.25</sup>; Re<sub>3</sub>= $U_{cp}d_{3}/\nu$  (для эквивалентного канала  $d=d_{3}$ );  $d_{\acute{y}}$  – эквивалентный диаметр насадки, м;  $d_{\acute{y}} = 4\varepsilon_{\acute{n}\acute{a}}/\dot{a}_{v}$ ;  $\varepsilon_{\acute{n}\acute{a}}$  – удельный свободный объем,  $\lambda^{3}/\lambda^{3}$ ;  $\dot{a}_{V}$  – удельная поверхность насадки,  $\lambda^{2}/\lambda^{3}$ . Из выражения (12) следует

$$\widetilde{R}_{1} = 11.6 \frac{u_{*\widetilde{I}\widetilde{e}}}{u_{*}} = 11.6 \sqrt{\frac{\tau_{\widetilde{n}\widetilde{o}\widetilde{i}\widetilde{e}}}{\tau_{\widetilde{n}\widetilde{o}}}},$$
(13)

где  $u_{*_{\Pi\Pi}}$  и  $\tau_{c_{\Pi}\Pi_{\Pi}}$  - динамическая скорость и касательное напряжение на пластине (в пустотелой трубе) при скорости среды  $U_{\infty}$ .

Таким образом, корректировка  $R_1$  производится путем отношения потоков импульса в плоском и в возмущенном пограничном слое при одинаковой средней скорости движения среды.

Среднюю толщину гидродинамического пограничного слоя на элементах насадки при условии стабилизированного течения найдем как $\delta = \varepsilon_{\rm CB}/a_{\rm v}$ . Отсюда  $\delta=0.25d_3$  и значение  $R_{\delta}$ 

$$R_{\delta} = \frac{0.25d_{\acute{y}}u_*}{v}.$$
 (14)

Приведенные выше выражения для коэффициентов переноса импульса справедливы для турбулентных однофазных сред или гетерогенных сред, когда плотности фаз практически одинаковые (например, две смешиваемые жидкости).

#### III. Коэффициент Переноса Частиц

Гидродинамические характеристики звешенных частиц в турбулентной среде отличаются гораздо большей сложностью и интенсивностью, чем в ламинарной. Расчеты показывают, что только достаточно крупные частицы в жидкостях (более 3-5 мм, в зависимости от гидродинамических условий среды и плотностей взаимодействующих фаз) не участвуют в турбулентных пульсациях среды. Для более мелких частиц при моделировании гидродинамических процессов в многофазных системах турбулентное частиц необходимо пульсационное движение учитывать.

В соответствии с теорией турбулентной миграции можно классифицировать частицы по группам на основании индекса инерционности  $\omega_{\rm E}\tau_{\rm p}$ , где  $\omega_{\rm E}$  - угловая частота турбулентных низкочастотных пульсаций энергоемких вихрей, с<sup>-1</sup>,  $\tau_{\rm p}$  - время релаксации, с. По экспериментальным данным при значении  $\omega_{\rm E}\tau_{\rm p}$  < 0.01, степень увлечения частиц турбулентными пульсациями среды достигает 100% ( $\mu_{\rm p}^2$ =1),  $\mu_{\rm p}^2$ = (1- $\omega_{\rm E}\tau_{\rm p}$ )<sup>-1</sup>[14].

Поэтому для степени увлечения для частиц практически полностью увлекаемых турбулентными пульсациями среды можно записать условие:

$$\omega_E \tau_p = \frac{\pi |\Delta \rho| d_{\div}^2 f}{9\mu_{\mathfrak{X}}} < 0.01.$$
(15)

Отсюдо получено [1] выражение для оценки диаметра частиц с учетом, что по Таунсенду  $\omega_{\rm E} \approx u_*/(0.1R)$  и  $\tau_{\rm p} = |\Delta \rho| d_{\rm q}^2/(18\mu_{\rm w})$ ,  $|\Delta \rho| \neq 0$ :

$$d_{\pm} < 0.3 \sqrt{\frac{\mu_{x}}{\pi |\Delta \rho| f}} = 0.134 \sqrt{\frac{R\mu_{x}}{|\Delta \rho| u_{*}}}, \qquad (16)$$

где  $\omega_{\rm E} = 2\pi f$  – угловая частота энергоемких пульсаций, с<sup>-1</sup>; f – частота турбулентных пульсаций среды, с<sup>-1</sup>; R - радиус канала, м (для насадки  $R = d_{g}/2$ , м);

 $|\Delta \rho| = |\rho_{\text{m}} - \rho_{\text{q}}|$  - разностей плотностей;  $\rho_{\text{q}}$  - плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>;  $d_{\text{q}}$  - диаметр частицы, м;  $\mu_{\text{m}}$  - динамическая вязкость, Па·с.

При больших значениях индекса инерционности  $\omega_{\rm E}\tau_{\rm p} > 100$  степень увлечения приближается к нулю ( $\mu_{\rm p}^2 \approx 0$ ). По аналогии с (15) и (16) получаем выражения для частиц, не увлекаемых турбулентными пульсациями

$$\omega_E \tau_p = \frac{\pi |\Delta \rho| d_{\div}^2 f}{9\mu_{\mathfrak{X}}} > 100, \tag{17}$$

Отсюда имеем

$$d_{\div} > 30 \sqrt{\frac{\mu_{\mathfrak{X}}}{\pi |\Delta\rho| f}} = 13.4 \sqrt{\frac{R\mu_{\mathfrak{X}}}{|\Delta\rho| u_{\ast}}}.$$
 (18)

Из уравнений (16) и (18) следует, что частица, взвешенная в турбулентном потоке, тем точнее следует за пульсациями среды, чем меньше ее радиус и разность плотностей фаз, чем больше вязкость среды и ниже частота ее пульсаций.

Коэффициент турбулентной диффузии частиц

(при условии 
$$0.134 \sqrt{\frac{R\mu_{*}}{|\Delta\rho|u_{*}}} < d_{\pm} < 13.4 \sqrt{\frac{R\mu_{*}}{|\Delta\rho|u_{*}}}$$
 )

можно определить по выражению[14]

$$D_{\pm} = \frac{v_{\delta}}{1 + \omega_{\lambda} \tau_{p}}.$$
 (19)

Коэффициент скорости переноса чафиц <sub>ч</sub> (турбулентной миграции) найдем путем интегрирования выражения (3) и аналогии  $\beta_{q} = \gamma / (1 + \omega_{E} \tau_{p})$ .

Броуновская диффузия частиц не учитывается, т.к. ее влияние на перенос в турбулентном потоке очень незначительно.

Получим

$$\beta_{\div} = \frac{\mu_{\ast}}{\left(1 + \omega_E \tau_p \left[\widetilde{R}_1 + \frac{1}{\chi} \ln\left(\widetilde{R}_{\delta} / \widetilde{R}_1\right)\right]\right]}.$$
 (20)

С использованием известной зависимости для идеального вытеснения потока, которая соответствует энергетической модели, эффективность турбулентного переноса дисперсных частиц к стенке канала или к поверхности хаотичной насадки имеет вид.

$$\eta = 1 - \exp\left(-\frac{\beta_{\div}F}{V_{\&}}\right), \qquad (21)$$

где N — число единиц переноса; F — поверхность канала или насадочных элементов, ì<sup>2</sup>;  $V_x$  — объемный расход сплошной среды, ì<sup>3</sup> /  $\tilde{n}$ .

Для пустотелого канала расчет по выражению (21) дает долю частиц, котор ые за счет тур булентной миграции приблизились (осели) на стенки. Если в канале находится мелкая хаотичная насадка, то выражение (21) характеризует эффективность смешения т.к. распределение дисперсной сред. фазы у практически элементов обеспечит поверхности однородную концентрацию по поперечному сечению канала, если  $\eta \rightarrow 1$  [13]. Задавая значение  $F = a_y SH$ , можно выбрать длину зоны турбулентного смесителя, где  $a_v$  – удельная поверхность насадки,  $\hat{i}^2/\hat{i}^3$ ; S – площадь поперечного сечения канала,  $\hat{i}^2$ ; Н– длина зоны смешения с насадкой, м.

#### IV. Коэффициент Массоотдачи

Рассмотрим процесс массоотдачи в сплошной фазе при движении капель или твердых частиц в турбулентном прямотоке.

Экспериментальные исследования [3] методом голографической интерферометрии характеристик диффузионного пограничного слоя в случае массообмена мелкодисперсных твердых частиц в турбулентной жидкости, позволили установить автомодельность профиля концентрации, характерную для ламинарного пограничного слоя, и наличие логарифмического профиля концентрации, присущего турбулентным пограничным слоям. Пульсации турбулизированного внешнего течения, проникая в вязкий подслой частиц, вызывают усиление процессов массопереноса. Все вышеперечисленное позволяет рассматривать пограничный слой на частицах как «псевдоламинарный».

В работах [5-8] предложены модели массопереноса, позволяющие учитывать влияние внешней турбулентности на поведение псевдоламинарного слоя.

В системах жидкость-жидкость число Шмидта Sc >> 1 и тогда диффузионное сопротивление локализуется в подслое, который называют вязким. В вязком подслое сочетается молекулярный перенос с турбулентной затухающей диффузией. На границе диффузионного подслоя принимается  $D_{\rm T} \approx D$ , где  $D, D_{\rm T}$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии компонента, м<sup>2</sup>/с.

Учитывая, что толщина вязкого подслоя на порядок меньше диаметра частицы (капли) примем модель плоского пограничного слоя.

Сопротивление переносу массы компонента в вязком подслое на капле записывается в виде [6,7].

$$\frac{1}{\beta} = \int_{0}^{\delta_{1}} \frac{dy}{D + D_{\delta}},$$
(22)

где  $\beta$  – коэффициент массоотдачи от капли (к капле) в сплошной фазе, м/с; $\delta_1$  - толщина вязкого подслоя на капле, м; у - поперечная координата в пограничном слое, м.

После интегрирования (22) с функцией турбулентного обмена Левича  $D_{\tau} = u_* \delta_1 (y/\delta_1)^2$ , для капель с подвижной поверхностью раздела фаз ( $\mu^* \le 1$ ), коэффициент массоотдачи получит вид [6].

$$\beta = \frac{2u_*}{\pi\sqrt{R_1Sc}},\tag{23}$$

и для капель с  $\mu^* > 1$ , а также твердых частиц при  $D_{T} = u_* \delta_1 (y/\delta_1)^3$  имеем [6].

$$\beta = \frac{6\sqrt{3}z^{2}\overline{u}_{*}}{\sqrt{3}\ln\frac{(z+1)^{2}}{z(z-1)+1}} 6\operatorname{arctg}\frac{(2-z)}{z\sqrt{3}} + \pi, \quad (24)$$

где  $R_1 = u_* \delta_1 / v$  - безразмерная толщина вязкого подслоя;  $\overline{u}_*$  - динамическая скорость на межфазной поверхности капли, м/с; v – коэффициент кинематической вязкости сплошной фазы,  $M^2/c$ ;  $z = (R_1Sc)^{-0.333}$ ; Sc = v/D – число Шмидта;  $\mu^* = \mu_d / \mu_c$  – отношение коэффициентов динамической вязкости дисперсной и сплошной фаз.

Значение *R*<sub>1</sub> для формулы (23) получено в виде [6].

$$R_1 = \left[\Delta u \left(\overline{u}_* \operatorname{arctg} \sqrt{R_1}\right)^{-1}\right]^2, \qquad (25)$$

а для формулы (24)

$$R_{1} = \left[\frac{6\sqrt{3}\Delta u}{\overline{u}_{*}}\left(k_{1} + k_{2} + \pi\right)^{-1}\right]^{3/2}, \qquad (26)$$

где 
$$\kappa_1 = \sqrt{3} \ln \frac{(\hat{A}+1)^2}{\hat{A}(\hat{A}-1)+1}$$
;  $\kappa_2 = 6 \ arctg$ 

 $\frac{(2-\hat{A})}{\hat{A}\sqrt{3}}$ ;  $B = R_1^{-0.333}$ ;  $\Delta u = u_0 - u_{\tilde{a}\delta}$ ;  $u_0$  - средняя

скорость капли (частицы) относительно жидкости, м/с;  $u_{\tilde{a}\tilde{o}}$  – скорость на межфазной поверхности, м/с (для частицы  $u_{\tilde{a}\tilde{o}} = 0$ )

Согласно правилу аддитивности среднее касательное напряжение на поверхности капли будет равно.

$$\overline{\tau} = \tau_{\hat{e}} + \tau_{\hat{o}}, \qquad (27)$$

где  $\tau_{\kappa}$  - касательное напряжение при свободном движении капли, Па;  $\tau_{\rm T}$  - касательное напряжение на капле, вызванное турбулентными пульсациями из внешнего потока, Па.

Из выражения (27) средняя динамическая скорость на капле.

$$\overline{u}_* = \sqrt{\left(\tau_k + \tau_{\delta}\right)/\rho_x} , \qquad (28)$$

где  $\tau_{\hat{e}} = u_*^2 \rho_{a}$  и выражение для расчета имеет вид [9].

$$\tau_k = 64 \,\rho_x \,\frac{\Delta u \,\nu}{4\,\delta + 1.6\,d_k},\tag{29}$$

где  $d_k$  – средний диаметр капли, м.

Значение  $\tau_{\rm T}$  найдем, используя среднюю объемную скорость диссипации энергии, выраженную через перепад давления в канале [2,6,11].

$$\tau_{\delta} = 4 \rho_{\ast} \left(\frac{\overline{\varepsilon}\nu}{\rho_{\ast}}\right)^{1/2} = 4 \rho_{\ast} \left(\frac{\Delta P W_{\tilde{n}\delta}\nu}{\rho_{\ast} H}\right)^{1/2}, \quad (30)$$

где  $\mathcal{E}$  - средняя скорость диссипации энергии, Вт/м<sup>3</sup>;  $\Delta P$  – перепад давления, Па; $W_{\rm cp}$  - средняя скорость жидкости в канале, м/с; H - длина канала, м.

Записывая  $\Delta P$  по выражению Дарси-Вейсбаха из (30) получим.

$$\tau_{\delta} = 4 \rho_{\mathfrak{x}} \left( \frac{\lambda W_{\tilde{n}\delta}^{3} v}{2 d} \right)^{1/2}, \qquad (31)$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления канала,  $\lambda = f(Re_d)$ ; d – диаметр канала, м;  $Re_d = W_{cp} d/v$  – число Рейнольдса. По формуле Блазиуса  $\lambda = 0,316 Re_d^{-0.25}$  при 4000 <  $Re_d < 10^5$ .Приближенно в интервале  $10^4$  <  $\operatorname{Re}_d < 10^6$ ,  $\lambda = 0,184 \operatorname{Re}_d^{-0.2}$ 

Среднюю скорость движения капли относительно внешней среды в турбулентном несущем потоке запишем как результирующую.

$$u_0 = \sqrt{u_k^2 + u_\varepsilon^2} , \qquad (32)$$

где  $u_k$  – скорость гравитационного движения, м/с;  $u_\varepsilon$  - средняя скорость, вызванная турбулентными пульсациями среды, м/с.

Значение  $u_{\varepsilon}$  рассматривается как скорость обтекания частицы турбулентными пульсациями порядка диаметра частицы, выраженную через величину диссипации энергии в канале.

$$u_{\varepsilon} \approx \left(d_{k}\overline{\varepsilon}\right)^{1/3} = \left(\frac{d_{k}\lambda W_{\tilde{n}\tilde{\delta}}^{3}}{2d}\right)^{1/3}$$
 (33)

Расчеты коэффициента массоотдачи (23) в турбулентном прямотоке в гладкой трубе при  $Re_d = 10^4 \div 10^5$  показывают, что по сравнению со свободным гравитационным режимом [6] происходит незначительное повышение коэффициента массоотдачи  $\beta$  на 5-10%. Если в трубе имеются элементы интенсификации (например, кольцевая накатка), то

коэффициент массоотдачи повышается на 20-25 %. Значительное повышение коэффициентов массоотдачи (в 2 раза) наблюдается, если в трубу поместить мелкую нерегулярную насадку, например «Инжехим» [4].

Среднее касательное напряжение на поверхности нерегулярных насадочных элементов находится по выражению (Re<sub>3</sub>>50) [11].

$$\tau_{\circ} = 4 \rho_{*} \left( \nu / d_{y} \right)^{2} \operatorname{Re}_{y}^{1,5} \left( \xi / 2 \right)^{0,5}, \qquad (34)$$

где  $Re_{9} = W_{cp}d_{9} / v$  – число Рейнольдса для насадки;  $d_{9} = 4\varepsilon_{ce}/a_{v}$  – эквивалентный диаметр насадки, м;  $\varepsilon_{ce}$  – удельный свободный объем насадки, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $a_{v}$  – удельная поверхность, м<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>;  $\zeta$  – коэффициент гидравлического сопротивления насадочного слоя [4].

При расчете коэффициента массоотдачи от капель в турбулентном прямотоке в канале с хаотичной насадкой предполагается, что дисперсная фаза не смачивает поверхность насадки. Если же дисперсная фаза хорошо смачивает поверхность элементов насадки, то необходимо учитывать дополнительную массоотдачу от пленки жидкости в прямотоке, что повысит эффективность экстракции.

#### V. Массоотдача При Перемешивании

Далее рассмотрим применение выше представленных уравнений для расчета массотдачи от капель и твердых частиц в аппарате с мешалкой при турбулентном режиме.

Определение средней скорости относительного движения дисперсных частиц в перемешиваемой среде является сложной задачей, которая пока не имеет точного аналитического решения. В работе [15] предлагается среднюю скорость движения частиц представлять как результирующую скоростей (аналогично (32)):

$$u_0 = \sqrt{u_k^2 + u_{\varepsilon}^2 + u_{\hat{1}\hat{a}\hat{o}}^2}, \qquad (35)$$

где *и*<sub>обт</sub> – скорость проскальзывания:

$$u_{\hat{i}\hat{a}\hat{o}} = \sqrt{\frac{\pi \left|\Delta\rho\right| u_i d_{\hat{e}}}{6\xi_{\hat{e}} \rho_x d_i}},$$
(36)

где  $u_{\rm M}$  – скорость вращения конца лопасти мешалки, м/с:  $u_{\rm M} = \pi n \, d_{\rm M}$ , n – частота вращения, с<sup>-1</sup>;  $d_{\rm M}$  – диаметр мешалки, м $\xi$  – коэффициент сопротивления при движении капли,  $\xi_{\rm k} = f(Re_{\rm k})$ .

Среднюю динамическую скорость на межфазной поверхности капли найдем по выражению [6,7]

$$\overline{u}_* = 2 \left( \frac{\overline{\varepsilon} v_x}{\rho_x} \right)^{1/4}, \qquad (37)$$

где  $\overline{\varepsilon}$  – средняя массовая скорость диссипации энергии:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{N}{Q_x} = \frac{K_N \rho_x n^3 d_i^5}{Q_x}, \qquad (38)$$

где N – мощность потребляемая на перемешивание, Вт;  $K_N$  - критерий мощности, зависящий от конструктивных характеристик мешалки и центробежного числа Рейнольдса;  $Q_M$  - объем жидкости в мешалке,  $M^3$ .

Расчет показывает, что значение параметра  $R_1$ (25) для капель находится в пределах  $R_1 \approx 6-8$ .

Результаты расчета коэффициента массоотдачи в сплошной фазе по уравнению (24) и сравнение с опытными данными [2] показано на рисунке 1. Эксперименты проводились в проточном смесителе диаметром D = 38 мм при перемешивании 2-х лопастной мешалкой с соотношениями диаметра мешалки, ширины лопасти и диаметра аппарата, равными соответственно 1 : 2; 1 : 10.

Для твер ых частиц и капель с большой вязкостью, относительно сплошной среды, коэффициенты массоотдачи в сплошной фазе можно определить по уравнению (24) с параметром (26). Проведенные расчеты безразмерной толщины вязкого подслоя (26) показывают, что  $R_1 \approx 15$ -25.



Рисунок 1: Зависимость коэффициентов массоотдачи β в сплошной фазе от комплекса  $nd_1$  при экстракции различных систем: 1 – расчет по уравнению (23); 2 – экспериментальные данные, обобщенные в работе [2].

593·10<sup>-6</sup>, м.

анионообменной смолы в растворе соляной кислоты.

Диаметр частиц анионообменной смолы – 30, 8·10<sup>-6</sup>;

Многие авторы изучают массоотдачу в сплошной фазе при растворении твердых частиц.

На рисунке 2 показана корреляция расчетных и экспериментальных данных [15] при растворении



*Рисунок 2 :* Корреляционная зависимость расчетных и экспериментальных значений коэффициента массоотдачи β от диссипации энергии ε: 1, 2 – расчет по уравнению (24); 3, 4 – экспериментальные данные [14]. Диаметр частиц (м): 1, 3 – 30,8 · 10<sup>-6</sup>; 2, 4 – 593 · 10<sup>-6</sup>

На рисунке приведено сравнение 3 рассчитанных по уравнениям модели И экспериментальных данных различных авторов, обобщенных в работе [2], при растворении твердых взвешенных частиц в аппаратах с мешалками.



*Рисунок 3 :* Зависимость комплекса от диссипации энергии: 1 – расчет по уравнению (24); 2 – экспериментальные данные [2]

Уравнения (23) и (24) проведены для аппаратов с механическим перемешиванием:  $\text{Re}_{\mu} > 10^3$ ,  $10^ ^4 < d_{\kappa} < 10^{-3}$ , 500 < Sc < 1700. Расхождение с экспериментальными данными  $\pm 15\%$ .

#### VI. Основные Результаты и Выводы

В статье рассмотрены процессы переноса частиц (< 10<sup>-3</sup>,м) в жидкостях при турбулентном пр ямотоке, а также массо отдачи в сплошной фазе. На основе исплользования моделей пограничного слоя получены выражения для коэффициентов переноса импульса, а с применением теории турбулентной миграции частиц коэффициенты переноса частиц (скорости турбулентной миграции). Полученные выражения могут использоваться для расчета турбулентных прямоточных смесителей.

Далее рассмотрена массоотдача в сплошной фазе от капель и твер ых частиц в пр мотоке. Приведены уравнения для расчета коэффициентов массоотдачи и выражения для вычисления их характеристик. Показано влияние на коэффициенты массоотдачи при прямотоке в канале кольцевых накаток и мелкой неупорядоченной насадки. Кроме этого выполнены расчеты массоотдачи в аппаратах с механическим перемешиванием. Показанно удовлетворенное согласование с экспериментальными данными различных исследователей.

Полученные уравнения для коэффициентов турбулентного переноса и массоотдачи дисперсных частиц могут использоваться для расчетов широкого класса аппаратов химической технологии и энергетики.

#### Список Литература

- Алексеев Д.В., Николаев Н.А., Лаптев А.Г. Комплексная очистка стоков промышленных предприятий методом струйной флотации. – Казань: КГТУ. 2005. – 156 с.
- 2. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М. Перемешивание в жидких средах: физические основы и инженерные методы расчета. Ленинград.: Химия, 1984.
- Дьяконов С.Г., Сосновская Н.Б., Клинова Л.П. Исследование диффузионных пограничных слоев методом голографической интенферометрии // Докл. АН СССР. – 1982. – Т.264, № 4, – С.905-908.
- Каган А.М., Лаптев А.Г., Пушнов А.С., Фарахов М.И. Контактные насадки промышленных тепломассообменных аппаратов. Казань: Отечество, 2013.– С454.
- Клинова Л.П., Сосновская Н.Б., Дьяконов С.Г. Математическое моделирование процесса растворения твердых частиц в аппаратах с перемещивающими устройствами // Массообменные процессы и аппараты химической технологии: Межвуз. тематич. Сб. науч. Тр. Казань: КХТИ, 1987, С. 114-125.
- Лаптев А.Г. Модели переноса и эффективность жидкостной экстракции. Казань: Казан.гос.энерг.унт, 2005. – 229 с.
- Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет тепломассообменных процессов. Казань: Казан унта, 2007. – 500 с.
- 8. Лаптев А.Г., Елизаров В.И., Дьяконов С.Г. Математическое моделирование массоотдачи при

перемешивании двухфазных сред // ЖПХ, – 1993, – Т.6, №3, – С.531-536.

- Лаптев А.Г., Лаптева Е.А. Модель турбулентности в жидкой фазе барботажного слоя // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований, – 2013. – №11. – С.18-22.
- Лаптев А.Г., Николаев Н.А., Башаров М.М. Методы интенсификации и моделирования тепломассообменных процессов. – М.: Теплотехник, 2011. – С.336.
- Лаптева Е.А., Фарахов Т.М. Математические модели и расчет тепломассообменных характеристик аппаратов. Под ред. А.Г.Лаптева. – Казань: Отечество, 2013 – С.182.
- Лаптев А.Г., Фарахов Т.М. Математические модели переноса импульса в пограничном слое // Инженерно-физический журнал. – 2013. – Т. 86, №3. – С. 567-575.
- Лаптев А.Г., Фарахов Т.М., Дударовская О.Г. Эффективность турбулентного смешения сред в насадочных проточных смесителях // Нефтегазовое дело. – 2012. № 4. – С. 387-408.
- 14. Медников Е.П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей / Е.П.Медников. М.: Наука, 1981. С.176.
- Орел С.М. Растворение твердой частицы в перемешиваемой жидкости // ЖПХ, – 1988. – Т.61, №7. – С.1530-1536.

#### References Références Referencias

- 1. Alekseev D.V., Nikolaev N.A., Laptev A.G. Integrated treatment of sewer systems at industrial enterprises using the jet flotation method. Kazan: Kazan State Technological University press, 2005. 156 p.
- 2. Braginskii L.N., Begachev V.I., Barabash V.M. Mixing in liquid media: physical fundamentals and engineering calculation methods. Leningrad: Khimiya, 1984.
- Dyakonov S.G., Sosnovskaya N.B., Klinova L.P. Investigation of diffusion boundary layers by the holographic interferometry method. Doklady AN SSSR. 1982. V. 264, No.4, pp.905-908p.
- 4. Kagan A.M., Laptev A.G., Pushnov A.S., Farakhov M.I. Contact packings of industrial heat and mass transfer apparatuses. Kazan: Otechestvo, 2013. 454 p.
- Klinova L.P., Sosnovskaya N.B., Dyakonov S.G. Mathematical modeling of the process of dissolution of solid particles in apparatuses containing mixing devices. Massoobmennye protsessy i apparaty khimicheskoi tekhnologii: mezhvuz. sb. nauch. tr. Kazan, KSTU, 1987. pp.114-125.
- 6. Laptev A.G. Transport models and liquid extraction efficiency. Kazan: Kazan State Power Engineering University press, 2005. 229 p.
- 7. Laptev A.G. Models of boundary layer and calculations of heat and mass transfer processes. Kazan: Kazan University press, 2007. 500 p.
- 8. Laptev A.G., Elizarov V.I., Dyakonov S.G. Mathematical modeling of mass transfer during mixing

of two-phase media. Zhurnal prikladnoi khimii, 1993, V. 6, No. 3,pp. 531-536.

- 9. Laptev A.G., Lapteva E.A. A model of turbulence in the liquid phase of a bubble layer // Mezhdunarodnyi zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovanii, 2013. No. 12. pp.18-22.
- Laptev A.G., Nikolaev N.A., Basharov M.M. Methods of intensification and modeling of heat and mass transfer processes. Moscow: Teplotekhnik, 2011. 288 p.
- Lapteva E.A., Farakhov T.M. Mathematical models and calculation of heat and mass transfer characteristics of apparatuses. Kazan: Otechestvo, 2013. 182 p.
- Laptev A.G., Farakhov T.M. Mathematical models of momentum transfer in the boundary layer. Journal of engineering physics and thermophysics. 2013. No.3.pp.604-613.
- Laptev A.G., Farakhov T.M., Dudarovskaya O.G. Efficiency of turbulent mixing of media in packed flowthrough mixers. Neftegazovoe delo. 2012. No. 4.pp. 387-408.
- 14. Mednikov E.P. Turbulent transport and deposition of aerosols. Moscow: Nauka, 1981. 176p.
- Oryol S.M. Dissolution of a solid particle in a stirred liquid. Zhurnal prikladnoi khimii, 1988. V.61, No. 7. pp.1530-1536.

## This page is intentionally left blank